⇒ Αντικείμενο της Οικονομετρίας

<u>Εμπειρική επαλήθευση</u> των συμπερασμάτων της οικονομικής θεωρίας και <u>διατύπωση ποσοτικών νόμων</u> και σχέσεων σχετικά με τη συμπεριφορά των οικονομικών φαινομένων.

Θεωρητική (Οικονομική Θεωρία) Οικονομική + Μαθηματική + Στατιστική

Πχ. Αύξηση τιμής - μείωση ζήτησης τιμή↑ ⇒ ζήτηση↓ Ποσό??

πχ αύξηση τιμής 10% ⇒ μείωση ζήτησης 10%, 20%, 50%?

⇒ Σκοποί

⇒ Ποσοτικοποίηση και έλεγχος συμπερασμάτων της θεωρίας

- Τα πειραματικά δεδομένα επαληθεύουν ότι η καμπύλη ζήτησης έχει αρνητική κλίση?
- Μπορούμε να περιορίσουμε τον <u>πρακτικό</u> αριθμό των μεταβλητών που επιδρούν στη συμπεριφορά ενός φαινομένου?

⇒ Αξιολόγηση εναλλακτικών πολιτικών

⇒ Διενέργεια προβλέψεων.

<u>Ντετερμινιστικά + Στοχαστικά μοντέλα</u>

<u>Ντετερμινιστικό</u>: $C_t = \alpha + \beta Y_t$ C κατανάλωση Y = διαθέσιμο εισόδημα

Η τιμή του Υ καθορίζει πλήρως την τιμή του C

Οι άλλοι παράγοντες <u>παραμένουν ΑΜΕΤΑΒΛΗΤΟΙ</u> (απλή προσέγγιση)

<u>Στοχαστικό</u>: Άλλοι παράγοντες δεν μένουν αμετάβλητοι. Για κάποιους <u>δεν έχουμε στοιχεία</u> άλλοι έχουν <u>τυχαίες μεταβολές</u> άλλοι έχουν <u>πολύ μικρή επίδραση</u>

$$C_t = \alpha + \beta Y_t + u_t$$

u_t = τυχαίος στοχαστικός όρος

2)

⇒ Πεδίο εφαρμογής

i) Μικροοικονομικά μοντέλα

Συμπεριφορά νοικοκυριών επιχειρήσεων.

ii) Μακροοικονομικά μοντέλα

Μελέτη του συνόλου της οικονομίας

Πολύπλοκα – Πολλές εξισώσεις – ΒΡΑΧΥΧΡΟΝΙΟΥ ΧΑΡΑΚΤΗΡΑ

iii) Μοντέλα Προγραμματισμού

μακροοικονομικά μοντέλα πρόβλεψης με ορίζοντα 5ετίας - 10ετίας

προσδιορισμός γενικών κατευθύνσεων.

Βασικές έννοιες

Τυχαία μεταβλητή X ασυνεχής

Τιμές της X	Συνάρτηση πιθανότητας $f(x)$
x_1	$f(x_1)$
x_2	$f(x_2)$
$\vdots$	$\vdots$
x_n	$f(x_n)$

Ορισμός

→ Μέση τιμή (Προσδοκώμενη τιμή)

$Y=g(X)$

$$E(Y)=\begin{cases}\sum_{i=1}^{n} g(x_i)f(x_i)\\ \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)f(x)\,dx\end{cases}$$

$E(X)=\sum_{i=1}^{n} x_i f(x_i)$ ασυνεχής - διακριτή μεταβλητή

$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,dx$ συνεχής μεταβλητή

Η σειρά (ολοκλήρωμα) πρέπει να συγκλίνει (υπάρχει) διαφορετικά δεν ορίζεται το $E(X)$

Σχόλιο $\quad \sum_{i=1}^{N} \sim \int_{-\infty}^{+\infty} dx$ (σχέση συνεχών διακριτών)

→ Διακύμανση (Variance)

$$Var(X)=E\{X-E(X)\}^2=\sum_{i=1}^{n}[x_i-E(X)]^2 f(x_i)=\sigma_X^2>0$$

→ Συνδιακύμανση (Covariance)

$$Cov(X,Y)=E\{(X-E(X))\cdot(Y-E(Y))\}=E(XY)-E(X)\cdot E(Y)$$

Απόδ

$$Cov(X,Y)=E[(X-\mu_x)(Y-\mu_y)]=E[XY-\mu_x Y-\mu_y X+\mu_x\mu_y]\underset{\text{παρακάτω}}{\overset{(*)}{=}}$$

$$E(X,Y)-\mu_x E(Y)-\mu_y \cancel{E(X)}+\cancel{\mu_x\mu_y}=E(X,Y)-E(X)E(Y)$$

Cov <=> 0

4)

Ανεξάρτητες μεταβλητές

X, Y τυχαίες μεταβλητές και η από κοινού κατανομή πιθανότητας τους $f(x, y)$

Οι περιθωριακές κατανομές των X, Y είναι

$$f(x), \; f(y)$$

όπου

$$\sum_j f(x_i, y_j) = f(x_i) \quad , \quad \sum_i f(x_i, y_j) = f(y_j)$$

Ορισμός Ανεξάρτητες μεταβλητές όταν $\forall x, y$:

$$f(x, y) = f(x) \cdot f(y)$$

$$f(x/y) = f(x) \qquad f(y/x) = f(y)$$ δεσμευμένη συνάρτηση πιθανότητας

Θεώρημα 1 $\quad X, Y$ ανεξάρτητες $\Longrightarrow E(XY) = E(X)E(Y)$

Απόδ. $\quad E(XY) = \sum_i \sum_j x_i y_j f(x_i, y_j) \overset{\text{ανεξ}}{=} \sum_i \sum_j x_i y_j f(x_i) f(y_j) =$

$= \sum_i x_i f(x_i) \sum_j y_j f(y_j) = E(X)E(Y)$

Θεώρημα 2 $\quad X, Y$ ανεξάρτητες $\Longrightarrow Cov(X, Y) = 0$

Απόδ. $\quad Cov(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y) \overset{\Theta.1}{=} 0$

Βασικά Θεωρήματα

Θ.1 Αν $X = \alpha =$ σταθερά $\Longrightarrow E(X) = \alpha$

Θ.2 $E(\alpha X) = \alpha E(X)$ $\alpha =$ σταθ.

Απόδ. $E(\alpha X) = \sum_i \alpha x_i f(x_i) = \alpha \sum_i x_i f(x_i) = \alpha E(X)$

Θ3 $E(\alpha X + \beta) = \alpha E(X) + \beta$ α, β σταθ.

Απόδ. $E(\alpha X + \beta) = \sum_i (\alpha x_i + \beta) f(x_i) = \sum \alpha x_i f(x_i) + \sum \beta f(x_i) =$
$\alpha \sum x_i f(x_i) + \beta \underbrace{\sum f(x_i)}_{=1\ !!} = \alpha E(X) + \beta)$

Θ.4 $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$

Απόδ. $E(X+Y) = \sum_i \sum_j (x_i + y_j) f(x_i, y_j) =$
$= \sum_i \sum_j x_i f(x_i, y_j) + \sum_i \sum_j y_j f(x_i, y_j) =$
$= \sum_i x_i \sum_j f(x_i, y_j) + \sum_j y_j \sum_i f(x_i, y_j) =$
$= \sum_i x_i f(x_i) + \sum_j y_j f(y_j) = E(X) + E(Y)$

Θ.5 $E(\alpha X + \beta Y + \dots) = \alpha E(X) + \beta E(Y) + \dots$

Απόδ. Θ.2 + Θ.4

Θ.6 $Var(\alpha X + \beta) = \alpha^2 Var(X)$ $\alpha, \beta =$ σταθερές

Απόδ. $Var(\alpha X + \beta) = E[\alpha X + \beta - E(\alpha X + \beta)]^2 \overset{\Theta 3}{=}$
$E([\alpha X + \beta - \alpha E(X) - \beta]^2) = E(\alpha^2 (X - E(X))^2) \overset{\Theta 2}{=}$
$\alpha^2 E(X - E(X))^2 = \alpha^2 Var(X)$

Θ.7 $Var(X \pm Y) = Var(X) + Var(Y) \pm 2 Cov(X,Y)$

Απόδ. $Var(X+Y) = E\{[X + Y - E(X+Y)]^2\} \overset{\Theta.4}{=}$
$E\{[X + Y - E(X) - E(Y)]\} = E\{[X - E(X)] + [Y - E(Y)]\}^2 =$
$E[X - E(X)]^2 + E[Y - E(Y)]^2 + 2E\{[X - E(X)][Y - E(Y)]\} =$
$= Var(X) + Var(Y) + 2 Cov(X,Y)$

Θ-8

$$Var(\beta_0+\beta_1 X_1+\beta_2 X_2+\dots+\beta_n X_n)=$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\beta_i^2 Var(X_i)+\sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n}\sum_{j=1}^{n}\beta_i\beta_j Cov(X_i X_j)$$

Αποδ Θ6 + Θ7

ΠΙΝΑΚΕΣ

$x=$ διάνυσμα στήλη

X πίνακας τυχαίων μεταβλητών

$$x=\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\\vdots\\x_n\end{bmatrix}\quad n\times 1 \qquad X=\begin{bmatrix}x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n}\\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n}\\ \vdots & & & \vdots\\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn}\end{bmatrix}\quad m\times n$$

- x, y διανύσματα στήλες

$f(x,y)=f(x_1,x_2 \dots x_n, y_1, y_2 \dots y_n)$ $\quad f(x)=f(x_1,x_2 \dots x_n)$ $\quad f(y)=f(y_1,y_2\dots y_n)$

x, y ανεξάρτητα:

$$f(x,y)=f(x)f(y)\qquad \forall\ x,y$$

$$f(x/y)=f(x)\qquad f(y/x)=f(y)$$

- $$E(x)=\begin{bmatrix}E(x_1)\\E(x_2)\\\vdots\\E(x_n)\end{bmatrix}\qquad E(X)=\begin{bmatrix}E(x_{11}) & \dots & E(x_{1n})\\ \vdots & & \vdots\\ E(x_{m1}) & \dots & E(x_{mn})\end{bmatrix}$$

<u>Ορισμός</u> Πίνακας διακύμανσης - συνδιακύμανσης $\underline{\Omega}$

$\mu=E(x)$, $\quad \underline{\Omega}=E\{(x-\mu)(x-\mu)'\}$ $\quad (x-\mu)'=$ ανάστροφος

$$E(x)=\begin{bmatrix}E(x_1)\\E(x_2)\\\vdots\\E(x_n)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mu_1\\\mu_2\\\vdots\\\mu_n\end{bmatrix}=\mu.$$

Τότε έχουμε

$$E\{(x-\mu)(x-\mu)'\} =$$

$$E\left[\begin{pmatrix} x_1-\mu_1 \\ x_2-\mu_2 \\ \vdots \\ x_n-\mu_n \end{pmatrix}(x_1-\mu_1,\ x_2-\mu_2,\ \ldots\ x_n-\mu_n)\right] =$$

$$\begin{bmatrix} E(x_1-\mu_1)^2 & E(x_1-\mu_1)(x_2-\mu_2) & & E(x_1-\mu_1)(x_n-\mu_n) \\ E(x_2-\mu_2)(x_1-\mu_1) & E(x_2-\mu_2)^2 & & \\ & & & \\ E(x_n-\mu_n)(x_1-\mu_1) & & & E(x_n-\mu_n)^2 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} Var(x_1) & Cov(x_1\ x_2) & & Cov(x_1\ x_n) \\ Cov(x_2, x_1) & Var(x_2) & & Cov(x_2\ x_n) \\ & & & Var(x_n) \\ Cov(x_n, x_1) & Cov(x_n\ x_2) & & \end{bmatrix}$$

$\rightarrow$ $A =$ σταθ $\qquad E(A) = A$

$\rightarrow$ $A =$ π.θ. $\qquad E(AX) = A\,E(X)$

$\rightarrow$ X, Y ανεξάρτητες $\qquad E(XY) = E(X)\,E(Y)$

⇒ Μετατροπή οικονομικού υποδείγματος (γενικές) σε οικονομετρικό

Αιτιώδης σχέση (οικονομικό υπόδειγμα)

$$Y = \phi(X_1, X_2, \ldots, X_N) \quad (1)$$

Y = εξαρτημένη μεταβλητή (πχ. ζητούμενη ποσότητα αγαθού)
X_i = ερμηνευτικές μεταβλητές

Φ = συνεχής με συνεχείς μερικές παραγώγους οποιουδήποτε είδους

Υποθέτουμε ότι έχουμε $i = 1, \ldots n$ παρατηρήσεις για τα $Y, X_1, \ldots, X_N$ που ικανοποιούν την (1):

$$Y_i = \phi(X_{1i}, X_{2i}, \ldots, X_{Ni}) \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

⇒ Μερικές από τις μεταβλητές X είναι παραμένουν σταθερές σε όλο το διάστημα ορισμού της $Y = \phi(X_1, \ldots, X_N)$. Άρα δεν επιδρούν στο Y οπότε:

$$Y_i = F(X_{1i}, X_{2i}, \ldots, X_{Mi}) \quad M \leq N$$

⇒ Ανάπτυγμα Taylor γύρω από το σημείο:

$$(\underline{Y_0 = F(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \ldots, \bar{X}_M)}, \bar{X}_1, \bar{X}_2, \ldots, \bar{X}_M)$$

δηλαδή γύρω από τις ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ των X_i $(i = 1, \ldots M)$

$$Y_i = Y_0 + \left.\frac{\partial F}{\partial X_1}\right|_{\text{μέσες τιμές}} (X_{1i} - \bar{X}_1) + \left.\frac{\partial F}{\partial X_2}\right|_{\mu.\tau} (X_{2i} - \bar{X}_2) + \ldots + \left.\frac{\partial F}{\partial \bar{X}_M}\right|_{\mu.\tau} (X_{Mi} - \bar{X}_M) +$$

$$+ \frac{1}{2}\left\{ \left.\frac{\partial^2 F}{\partial X_1^2}\right|_{\mu\tau} (X_{1i} - \bar{X}_1)^2 + \ldots + 2\frac{\partial^2 F}{\partial X_1 \partial X_2}(X_{1i} - \bar{X}_1)(X_{2i} - \bar{X}_2) + \ldots \right\} +$$

$$+ O(3)$$

Σημείωση:
$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(x)}{2!}(x-a)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + \ldots$$

Σημείωση: $Y_0 = F(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \ldots \bar{X}_N)$ $\quad \bar{X}_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} X_{ji}}{n} = E(X_i)$

⇒ **Υποθέσεις:** Τα περισσότερα οικονομικά υποδείγματα είναι **ΓΡΑΜΜΙΚΑ** ως προς τις μεταβλητές X (ή ως προς τους λογαρίθμους των)

α) Πράγματι οι μεταβλητές εισέρχονται στο υπόδειγμα ΓΡΑΜΜΙΚΑ άρα οι όροι ανώτερης τάξης είναι εκ ταυτότητος 0

β) Μη γραμμική εξάρτηση, αλλά $(X_{ji}-\bar{X}_j)$ πολύ μικρά. (οι παρατηρήσεις δεν διαφέρουν σημαντικά από το μέσο όρο) Άρα οι όροι ανώτερης τάξης είναι πρακτικά πολύ μικροί.

$$\boxed{Y_i = Y_0 + \left.\frac{\partial F}{\partial x_1}\right|_{\mu T}(X_{1i}-\bar{X}_1) + \left.\frac{\partial F}{\partial x_2}\right|_{\mu T}(X_{2i}-\bar{X}_2) + \dots + \frac{\partial F}{\partial X_M}(X_{Mi}-\bar{X}_M) + Z_{1i}}$$

Z_{1i} = η επίδραση των όρων ανώτερης τάξης

⇒ Παραλείποντες με α) πολύ μικρή επίδραση β) μη συστηματική επίδραση. Τους βγάζω:

$$\boxed{Y_i = Y_0 + \left.\frac{\partial F}{\partial x_1}\right|_{\mu T}(X_{1i}-\bar{X}_1) + \dots + \frac{\partial F}{\partial X_m}(X_{mi}-\bar{X}_m) + Z_{1i} + Z_{2i}}$$

$m<M$

Z_{2i} = η επίδραση των παραγόντων που βγάλαμε

⇒ οι συντελεστές $\left.\frac{\partial F}{\partial x_i}\right|_{\mu T}$ $i=1,\dots,m$ είναι **ΣΤΑΘΕΡΕΣ** ποσότητες αφού υπολογίζονται στο σημείο $\bar{X}_1, \bar{X}_2 \dots \bar{X}_m$ άρα θέτω

$$\left.\frac{\partial F}{\partial x_i}\right|_{\mu T} = \beta_i \quad (i=1,2,\dots,m)$$

Άρα το προηγούμενο ανάπτυγμα δίνει

$$Y_i = Y_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_m X_{mi} - \sum_{j=1}^{m} \beta_j \bar{X}_j + Z_{1i} + Z_{2i}$$

Θέτοντας $\beta_0 = Y_0 - \sum_{j=1}^{m} \beta_j \bar{X}_j$ = σταθερή έχω

$$\boxed{Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_m X_{mi} + Z_{1i} + Z_{2i} \quad i=1,\dots,m}$$

⇒ Αν δεν μπορούμε να έχουμε παρατηρήσεις για κάποιες μεταβλητές που σύμφωνα με τη θεωρία επηρεάζουν την εξέλιξη του φαινομένου τις ΠΑΡΑΛΕΙΠΟΥΜΕ

$$* \quad \boxed{Y_i = b_0 + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + \dots + b_\lambda X_{\lambda i} + \underbrace{Z_{1i} + Z_{2i} + Z_{3i}}_{Z_i} \qquad \lambda < m}$$

Z_{3i} = η επίδραση των παραγόντων που παραλείψαμε

⟶ Πολυμεταβλητό γραμμικό υπόδειγμα

<u>Παρατήρηση</u> Αν από των παραμέτρων Y_i, X_{ij} θέσουμε τους <u>λογαρίθμους</u> έχουμε:

$$* \quad \boxed{\log Y_i = b_0 + b_1 \log X_{1i} + \dots + b_\lambda \log X_{\lambda i} + \log Z_i \qquad \text{με } Z_i = Z_{1i} \cdot Z_{2i} Z_{3i}}$$

$$Y_i = B \cdot X_{1i}^{b_1} X_{2i}^{b_2} \cdots X_{\lambda i}^{b_\lambda}$$

με

$$b_j = \frac{\partial Y}{\partial X_j} \frac{X_j}{Y} = \text{ελαστικότητα του } Y \text{ ως προς } X_j$$

Είναι αδύνατο να υπάρξουν αριθμητικές παρατηρήσεις για τις μεταβλητές Z_1, Z_2, Z_3 (η καλύτερα για την συνολική Z)

Κάνουμε <u>υποθέσεις για τη φύση της Z</u>: τυχαία ή στοχαστική μεταβλητή που παίρνει τιμές με μια ορισμένη, πλην όμως άγνωστη, κατανομή πιθανοτήτων.

* ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΚΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ

⇒ Παράγοντες που καθιστούν αναγκαία την παρουσία της στοχαστικής μεταβλητής στα οικονομετρικά υποδείγματα

1. Η ατέλεια των οικονομικών υποδειγμάτων.
Ένα υπόδειγμα είναι αφαιρετικό και δεν μπορεί να περιγράψει πλήρως την πραγματικότητα. Είναι μια προσέγγιση.

2. Σφάλματα κατά την αλγεβρική εξειδίκευση του υποδείγματος
- ⇒ Γραμμική προσέγγιση (ξεχνάμε όρους μεγαλύτερης τάξης)
- ⇒ Απλή μορφή εξίσωσης για κάτι πολυπλοκότερο ή να περιγράφεται από περισσότερες των μια εξισώσεων.

3. Χρησιμοποίηση συνολικών μεγεθών
Περιγράφουμε τη συνολική (κατα μέσο όρο) συμπεριφορά των μικρομονάδων (νοικοκυριά, επιχειρήσεις) όμως η συμπεριφορά των επιμέρους μονάδων είναι γενικά διαφορετική από τη συμπεριφορά των συνολικών μεγεθών.

4. Παράλειψη μη ουσιαστικών παραγόντων
Εξωτερικά γεγονότα στη φύση ή την ανθρώπινη συμπεριφορά που δεν μπορούν να μετρηθούν ποσοτικά

5. Παράλειψη ουσιωδών μεταβλητών
αν πχ. δεν έχουμε παρατηρήσεις γι αυτές

6. Λάθη κατά τη μέτρηση των μεταβλητών

Έχουμε λοιπόν:

$$Y_i = F(\underbrace{X_{1i}, X_{2i}, \quad X_{ki}}_{\text{Ερμηνευτικές μεταβλητές πρώτης τάξης}}, \underbrace{Z_{1i}, Z_{2i}, \quad , Z_{ni}}_{\text{" δευτέρης τάξης}})$$

πολυμεταβλητό γραμμικό οικονομετρικό υπόδειγμα

$$\hookrightarrow Y_i = \underbrace{b_0 + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} \qquad + b_k X_{ki}} + u_i$$

u_i ↳ διαταρακτικός όρος ή όρος σφάλματος

$$\hookrightarrow Y_i^* = b_0 + b_1 X_{1i} + \qquad + b_k X_{ki}$$

πολυμεταβλητό γραμμικό οικονομικό υπόδειγμα

Αλγεβρική εξειδίκευση του υποδείγματος

➡ A> Επιλογή των μεταβλητών που θα εισέλθουν στο υπόδειγμα

- Η επιλογή των μεταβλητών βασίζεται στην οικονομική θεωρία. Για την επιλογή των πιο σημαντικών από αυτές που τελικά θα εμφανιστούν στο μοντέλο καταφεύγουμε σε εμπειρικά και στατιστικά κριτήρια.
- Υποδείγματα 1 εξίσωσης:
  - εξαρτημένες μεταβλητές αυτή που ενδιαφερόμαστε να εξηγήσουμε τη συμπεριφορά της
  - ερμηνευτικές ή ανεξάρτητες μεταβλητές ερμηνεύουν την εξέλιξη της εξαρτημένης
- Υποδείγματα σχετιζόμενων εξισώσεων (συστήματα)
  - ενδογενείς χωρίς χρονική υστέρηση ή αλληλοεξαρτώμενες μεταβλητές
  - προκαθορισμένες: εξωγενείς ή ενδογενείς με χρονική υστέρηση.

<u>Παρατήρηση</u>: Στο οικονομετρικό υπόδειγμα η εξαρτημένη μεταβλητή βρίσκεται αριστερά ενώ η ανεξάρτητη δεξιά. Η θέση των μεταβλητών δεν επιτρέπεται να αλλάξει διότι περιγράφει μια αιτιακή σχέση.

Διάκριση μεταβλητών σε πρώτης κ' δεύτερης τάξης: εμπειρία, στατιστικά κριτήρια, αν δεν έχουμε στατιστικά στοιχεία για μία μεταβλητή την κατατάσουμε ως δεύτερης τάξης

➡ B> Επιλογή μαθηματικής μορφής του υποδείγματος

Κριτήρια:
1) Συνέπεια της αλγεβρικής εξίσωσης με την οικονομική θεωρία
2) Βαθμός ερμηνευτικής ικανότητας
3) Προβλεπτική ικανότητα του υποδείγματος
4) Απλότητα μαθηματικής έκφρασης

Παράδειγμα

$C_t = F(Y_t, U_t)$

C_t = κατά κεφαλή κατανάλωση
Y_t = κατά κεφαλή διαθέσιμο εισόδημα
U_t = μεταβλητή 2ης τάξης

$C_t = \alpha_1 + \beta_1 Y_t + u_t$ γραμμική μορφή

Οριακή ροπή προς κατανάλωση

$\frac{dC}{dY} = \beta_1$ = σταθερή

$C_t = \alpha_2 + \beta_2 \log Y_t + u_t$ ημιλογαριθμική μορφή

$\frac{dC}{dY} = \frac{\beta_2}{Y}$ = συνάρτηση του Y

Γ> Υπόδειγμα μιας εξίσωσης ή συστήματος εξισώσεων

Σύστημα: ίσως περιγράφει καλύτερα γιατί λαμβάνει υπ' όψη τις πολυπλοκότερες σχέσεις αλλά είναι δυσκολότερη η μελέτη του

Υπάρχουν αλληλεπιδράσεις μεταξύ των μεταβλητών ενός υποδείγματος

Εξίσωση: Σχέση αιτίου αποτελέσματος είναι μονής κατεύθυνσης

Παράδειγμα

	Συνάρτηση	Εξισώσεις
$C_t = \phi(Y_t, C_{t-1}, u_t)$	Κατανάλωσης	Συμπεριφοράς
$I_t = F(Y_{t-1}, r_t, w_t)$	Επενδύσεων	Συμπεριφοράς
$T_t = f(Y_t, \varepsilon_t)$	Φορολογικών εσόδων	Θεσμολογικές
$Y_t = C_t + I_t + G_t$	Ορισμός Εθνικού εισοδήματος	Ορισμού ή ταυτότητες

Τεχνολογικές (πχ συνάρτηση παραγωγής)

C = κατανάλωση
Y = Εθνικό εισόδημα
I = επενδύσεις
r = ύψος επιτοκίου
T = φορολογικά έσοδα
G = δημόσιες δαπάνες

C_t, I_t, T_t, Y_t = εξαρτημένες ή ενδογενείς μεταβλητές

$C_{t-1}, Y_{t-1}, r_t, G_t$ = προκαθορισμένες ή ανεξάρτητες μεταβλητές πρώτης τάξης

Γραμμικότητα υποδειγμάτων

Π.χ. $Y = F(X_1, X_2)$

Γραμμικό ως προς τις μεταβλητές: αν οι πρώτες μερικές παράγωγοι ως προς X_1, X_2 είναι ανεξάρτητες των X_1, X_2 αντίστοιχα.

Γραμμικό και προσθετικό μοντέλο: αν η πρώτη μερική παράγωγος ως προς X_1 είναι ανεξάρτητη των X_1 και X_2 και αντίστοιχα για την πρώτη μερική παράγωγο ως προς X_2

Γραμμικό ως προς τις παραμέτρους: $\frac{\partial F}{\partial \beta_1}$ όχι $f(\beta_1)$ $\frac{\partial F}{\partial \beta_2}$ όχι $f(\beta_2)$

Παραδείγματα

Γραμμικό + προσθετικό $Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + u$.

Μη γραμμικό (ως προς X_2) $Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_2^2 + v$

Γραμμικό στις μεταβλητές $Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_2 X_3 + u$

$Y = B X_2^{\beta_2} X_3^{\beta_3} \cdot U$ είναι γραμμικό? ΟΧΙ στις παραμέτρους και τις μεταβλητές

Άσκηση

Να μελετηθεί ως προς την προσθετικότητα το υπόδειγμα.

$$Y = 10 + 6 X_1 \cdot X_2$$

Λύση

$\frac{\partial Y}{\partial X_1} = 6 \cdot X_2$ Επειδή η $\frac{\partial Y}{\partial X_1}$ δεν είναι ανεξάρτητη της X_2 το υπόδειγμα δεν είναι προσθετικό.

$\frac{\partial Y}{\partial X_2} = 6 \cdot X_1$ Το υπόδειγμα είναι γραμμικό αφού οι $\frac{\partial Y}{\partial X_1}$ και $\frac{\partial Y}{\partial X_2}$ δεν είναι συναρτήσεις των X_1, X_2 αντίστοιχα.